7 semaines d'énigmes CM (étudiées lors de l'animation)

ENIGME 0
« De duobus hominibus habentibus panes »
Des deux hommes ayant des pains

D'après Fibonacci dans « Le Liber Abacci »

Fibonacci : Un grand mathématicien dont on connaît très peu de chose !

•Naissance : autour de 1170 à Pise
•Départ à Bougie (Algérie) et initiation aux mathématiques (il devait avoir 12 ans)
•Voyages à travers le bassin méditerranéen (Syrie, sicile, Egypte, Grèce, Provence) et approfondissement de ses connaissances
•Retour à Pise et rencontre avec la cour de Frédéric II (Grand ami des sciences)
•Décès à Pise vers 1250

«
De duobus hominibus habentibus panes »
Des deux hommes ayant des pains

Un jour, deux hommes avaient l'un trois pains et l'autre deux. Ils allèrent se promener auprès d'une source. Lorsqu'ils furent arrivés en ce lieu, ils s'assirent pour manger. Un soldat passa. Ils l'invitèrent. Il prit place à côté d'eux et il mangea avec eux, chaque convive ayant part égale. Lorsque tous les pains furent mangés, le soldat partit en leur laissant cinq pièces pour prix de son repas. De cet argent, le premier prit 3 pièces, comme il avait apporté trois pains ; l'autre, de son côté, prit les 2 pièces qui restaient pour prix de ses deux pains.
On demande si le partage a été bien fait.

Pourquoi ce n'est pas aussi simple ?
Si le premier homme avait eu quatre pains et le deuxième deux pains, comment le soldat aurait-il du remercier les deux hommes ? Comment partager entre eux deux l'argent que le soldat veut donner ?
Partagez vos pains …..

Chaque homme a pris 5/3 de pain. (5pains à partager en trois)
•A a donc mangé 1+ 2/3 de ses 3 pains et a donné au soldat : 3 -5/3=4/3 de ses 3 pains.
•B a mangé (1+2/3) de ses 2 pains et a laissé le tiers (1/3) de ses 2 pains au soldat.
•A a donc donné 4 fois plus de pain au soldat que B.

A récupère donc 4 pièces et B n'en prend qu'une pièce

Enigme 1 : Numérique et dénombrement

Coup de colère

Un enfant s'énerve ne trouvant pas son énigme
Il déchire sa feuille en 4 morceaux puis certains de ces morceaux encore en 4
Peut –il obtenir 12 morceaux ? 16 morceaux ? …. 2010 morceaux ?

Prolongements possibles :
Trouve des nombres qu'il peut obtenir, des nombres qu'il n'atteindra jamais …
Et si il déchirait en trois morceaux ?

Solution
Remarques : dans le texte la formulation : « certains de ces » introduit une difficulté supplémentaire. Faut-il la supprimer ?
Une lecture rapide ferait croire que l'on compte de 4 en 4.

Solution
On obtient successivement 4 (soit 3+1) morceaux puis 7, 10, 13, 3n+1…
Chaque fois que l'on déchire un morceau on augmente de TROIS la quantité de morceaux ; on compte donc de trois en trois à partir de 1 .
Les nombres que l'on peut atteindre sont donc des multiples de trois plus un.

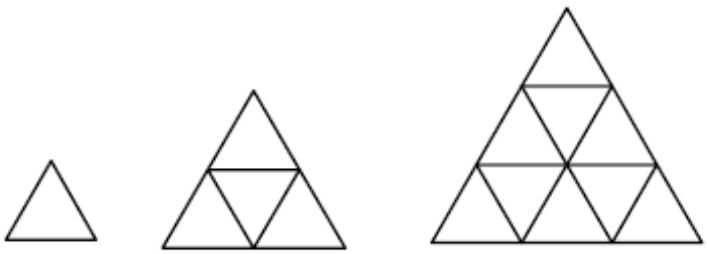
On ne trouvera jamais 12 morceaux, mais on trouvera 16 morceaux (16 – 1 = 15 , 15 est multiple de 3)

On ne trouvera pas 2010 morceaux (2010 – 1 = 2009 qui n'est pas divisible par 3)
Par contre on trouvera 2011 morceaux !!

Enigme 2 : Numérique et dénombrement

Les châteaux de cartes

Ici des châteaux de cartes de



un étage de deux étages et de trois étages

Combien faudrait-il de cartes pour faire un château de quatre étages ? de 10 étages ?

Combien d'étages pourrait –il faire avec un jeu de 52 cartes ?

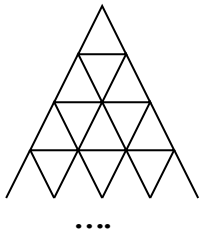
Solution
Attention
Quand on compte pour trois étages, c'est comme si le troisième étage avait été placé sous le château de deux étages ….

Le château de 1 étage on utilise 3 cartes :
Pour le château de 2 étages, on utilise 3+3x2 = 3(1+2) = 9 cartes
Pour le château de 3 étages, on utilise 3+3x2+3x3= 3(1+2+3) = 18cartes
Pour le château de 4 étages, on utilise 3+3x2+3x3+3x4 = 3(1+2+3+4) = 30cartes

Pour le château de 10 étages, on utilise 3+3x2+3x3+…….+3x10= 3(1+2+3+ …….+10) = 165 cartes

Pour un château de 4 étages il faut 30 cartes pour 5 étages il faut 30+15 = 45 cartes, pour 6 étages il faut 45+18= 63 cartes.
Donc avec 52 cartes on construit un château de 5 étages et il reste 52-45 = 7 cartes !

Les châteaux de cartes (plus difficile)



….

Thibaud s'amuse à construire un château de cartes, ici avec 26 cartes il a fait quatre étages.
Combien d'étages pourrait –il faire avec un jeu de 52 cartes ?

On peut aussi demander le nombre de cartes pour trois étages, 4, 5 ….10

Solution
Pourquoi est ce plus difficile ?
L'étage du bas n'a pas de base (pas de cartes au plancher !)
Deux méthodes :

- Soit on compte comme dans l'exercice précédent mais pour un château de 1 étage on enlève 1 carte, pour un château de 2 étages on enlève 2 cartes du total, pour un château de 3 étages on enlève trois cartes …

- Soit on compte : étages par étages en distinguant les bases et les côtés :

Le château de 1 étage on utile 2 cartes
Pour le château de 2 étages, on utilise (1)+ 2+2x2 =1+2(1+2) = 7 cartes
Pour le château de 3 étages, on utilise (1+2)+2+2x2+3x3= 3+2(1+2+3) = 15cartes
Pour le château de 4 étages, on utilise (1+2+3)+2+2x2+2x3+2x4 =6+ 2(1+2+3+4) = 26 cartes

Pour le château de 10 étages, on utilise (1+2+3+….+9) +2x(1+2+3+ …….+10) = 155 cartes

Enigme 3 Numérique et dénombrement

Bonjour !
16 copains arrivent pour dans la cour et se saluent en se donnant une seule poignée de mains
Combien de poignées de mains sont échangées ?

Remarque
On peut la poser avec d'abord : Trois enfants , puis quatre … puis 16 puis ….
On peut imaginer des scénarios : Et si Nicolas est fâché avec Martin?

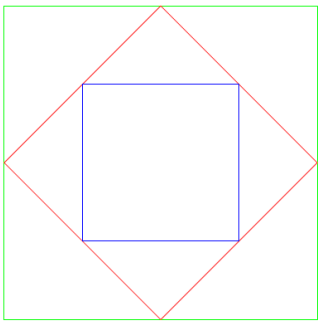
Solution
Deux façons de raisonner
- En termes additifs :
Pour 16 copains : le premier a 15 poignées de main à donner, le deuxième a 14 poignées de mains à donner, le 3ème a 13 poignées de mains à donner …..le 15ème n'a plus qu'une poignée de main à donner (au 16ème !)
Donc en tout : 15+14+13+12+….+1 = 120 poignées de mains

- En termes multiplicatifs :
Chaque copain a 15 poignées de mains à donner ; il y a 16 copains mais dans 15x16 les poignées de mains sont comptées deux fois (A vers B et B vers A)
Donc en tout ½(16x15) = 120 poignées de mains
-

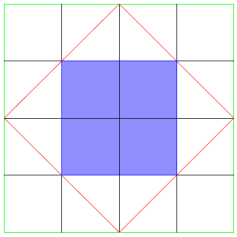
Enigme 4 : Géométrique

L'aire du carré.

*Quelle est l'aire du grand carré sachant que le petit a pour aire **1***



Un joli coup de pouce…



Solution

Dans le grand carré (vert) il y a 4 carrés bleus donc le grand carré a pour aire 4.

Un découpage qui a de l'avenir :
Découper deux carrés égaux (chaque carré en un seul coup de ciseaux) pour en faire un grand carré.

Solution
Regardez : dans le grand carré vert il y a deux carrés rouges !!

Enigme 5 : Logique

Quelle famille !

Paul, le fils, a la détestable habitude de mettre ses chaussettes non pliées dans une boite. Il possède 20 paires de chaussettes toutes blanches, noires et bleues.
Ce matin, pas de courant ! Il est dans le noir le plus complet…

Combien doit-il prendre au minimum de chaussettes pour être sur d'en avoir au moins deux de la même couleur ?

Grand mère range ses gants elle aussi dans une boite dans le plus grand désordre, non appareillés.
Elle possède une vingtaine de paires de gants dont cinq paires blanches, les autres noires.
Encore une panne de courant ! Combien doit elle en prendre pour être sure de pouvoir sortir avec une vraie paire de gants ?

Remarque : La difficulté est de faire comprendre que le résultat cherché **ne doit pas tenir compte de la chance** … Il faut que l'on soit sure de sortir de la pièce avec deux chaussettes de la même couleur.

La solution
Il suffit de prendre trois chaussettes ; dans ces trois là il y aura forcément deux de la même couleur.
Pour les gants c'est plus compliqué : main droite et main gauche oblige !! (évidemment on suppose que ce sont des gants comme autrefois avec une main gauche et une main droite !

Il faut donc en prendre 5 + 15+ 1 soit 21 gants effectivement c'est dans le cas où elle n'a pas de chance du tout !!!)

Enigme 6 : (logique - très simple ...)

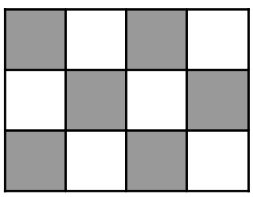
La course
La dernière fois que nous avons couru tous ensemble, quelques instants avant d'arriver j'ai doublé le deuxième mais hélas deux de mes camarades m'ont doublé au dernier moment,
Je suis arrivé dans quel rang ?

Solution
Je suis arrivé quatrième
J'ai doublé le 2ème donc j'étais le 2ème mais deux camarades m'ont doublé et je me suis retrouvé le 4ème …

Enigme 7: Logique -Le bon chemin

Le cavalier d'Euler
Leonhardt Euler (1707-1783) a étudié plusieurs problèmes liés au jeu d'échec.
La marche du cavalier est suffisamment originale pour avoir suscité bien des questions

Un cavalier d'échec parcourt la grille suivante, passant par toutes les cases de la première que vous numérotez 1 à la dernière que vous numéroterez 12. Numérotez un chemin.



Une des solutions

1	4	7	10
12	9	2	5
3	6	4	8

Un cavalier d'échec parcourt la grille suivante, passant par toutes les cases de la première numérotée 1 à la dernière numérotée 25 de telle sorte que les numéros de deux cases symétriques par rapport à la case centrale ont toujours pour somme 26.
Numérotez le chemin.

				25
		24		
		13		
		2		
1				

Une solution

23	**16**	**21**	**8**	**25**
12	**7**	**24**	**15**	**20**
17	**22**	**13**	**4**	**9**
6	**11**	**2**	**19**	**14**
1	**18**	**5**	**10**	**3**

Un cavalier d'échec parcourt la grille suivante, passant par toutes les cases de la première numérotée 1 à la dernière numérotée 25. Numérotez un chemin.

Sur une grille 5x5, existe-t-il un chemin fermé pour le cavalier ?

Source : Tangente HS n° 29 Euler